

## ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

### 7.1. Шарик и кубик

Если в цилиндрический сосуд с площадью основания  $S$  поместить кубик с ребром  $a = 10$  см, то для того, чтобы его заполнить так, чтобы высота уровня жидкости была равна  $H$ , нужно налить объём воды, равный  $V_1 = 4$  л. Если же в этот сосуд поместить шар радиуса  $a = 10$  см, то для заполнения пустого сосуда водой до того же уровня  $H$ , нужно налить объём  $V_2 = 0,81$  л. Из геометрии известно, что объём шара радиуса  $a$  в  $k$  раз больше объёма куба с ребром  $a$ . Используя данные задачи, определите  $k$ .

При заполнении сосуда водой шарик и кубик не всплывают. Сосуд цилиндрический. Объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

#### Возможное решение:

Переведём объёмы жидкости в  $\text{см}^3$

$$V_1 = 4000 \text{ см}^3; V_2 = 810 \text{ см}^3.$$

Определим объём жидкости, который необходим для заполнения пустого стакана до уровня  $H$ , он равен  $H \cdot S$ .

Тогда для случая, когда внутри сосуда находится куб, можно записать

$$H \cdot S = V_1 + a^3. \quad (1)$$

Для случая, когда внутри сосуда находится шарик, можно записать

$$H \cdot S = V_2 + k \cdot a^3. \quad (2)$$

Из записанных выражений определяем  $k$

$$k = \frac{V_1 - V_2}{a^3} + 1;$$

$$k = \frac{4000 - 810}{1000} + 1 = 4,19.$$

#### Критерии проверки

№	Содержание	Балл
1.1.	Записано выражение (1), либо его аналог (слагаемые с другим знаком в другой части уравнения)	3
1.2.	Записано выражение (2), либо его аналог	3
	Примечания: если сразу записано равенство правых частей, то ставится полный балл (6 баллов)	
1.3.	Объёмы $V_2$ и $V_1$ переведены из и в $\text{см}^3$ , либо в $\text{м}^3$ , либо другие величины переведены в дм (грамотная работа с единицами измерения)	2
1.5.	Определено отношение объёма куба к объёму шара (формула 1 балл, ответ 1 балл.	2
	Примечание: если сразу дан числовой ответ, то балл в случае правильного ответа ставится 2 балла	

## 7.2.Гоночная трасса

Кружок робототехники проводит испытания роботов, которые будут участвовать в соревнованиях на скорость прохождения трассы. Роботы должны пройти десять кругов, при этом они движутся с постоянными скоростями на всей трассе. На первом этапе робот семиклассников обгоняет робота восьмиклассников на  $\frac{3}{4}$  круга. Определите отношение скоростей роботов  $v_7/v_8$ , где  $v_7$  - скорость робота семиклассников,  $v_8$  - скорость робота восьмиклассников. На втором этапе аккумулятор робота семиклассников разрядился, из-за этого его скорость уменьшилась, и робот восьмиклассников его обогнал на полный круг. Во сколько раз уменьшилась скорость движения робота седьмого класса из-за разрядки аккумулятора?

### Возможное решение:

Рассмотрим движение роботов на первом этапе. Робот семиклассников прошел 10 кругов, поэтому

$$10 \cdot L = v_7 \cdot t_1. \quad (1)$$

Здесь  $L$  – длина одного круга,  $t_1$  – время движения.

За это же время робот восьмого класса прошел на  $\frac{3}{4}$  круга меньше, поэтому

$$\left(10 - \frac{3}{4}\right) \cdot L = v_8 \cdot t_1. \quad (2)$$

Из записанных выражений находим отношение

$$\frac{v_7}{v_8} = \frac{40}{37}.$$

После разрядки аккумулятора робота семиклассников получим

$$10 \cdot L = v_8 \cdot t_2 \quad (3)$$

для робота восьмого класса и

$$9 \cdot L = v'_7 \cdot t_2 \quad (4)$$

для робота седьмого класса.

Из двух последних выражений определим отношение скоростей роботов

$$\frac{v'_7}{v_8} = \frac{9}{10}.$$

Выразим  $v'_7$  через  $v_8$  и зная отношение скоростей роботов на первом этапе, найдем, во сколько изменилась скорость робота семиклассников из-за разрядки аккумулятора

$$\frac{v_7}{v'_7} = \frac{\frac{40}{37}}{\frac{9}{10}} = \frac{400}{333} \approx 1,2.$$

### Критерии проверки

№	Содержание	Балл
2.1.	Для первого этапа соревнований есть выражения (1) и (2), по 1,5 балла за каждое, либо аналог	3
2.2.	Получено отношение скоростей для первого этапа $\frac{v_7}{v_8} = \frac{40}{37}$	2
2.3	Для второго этапа соревнований записаны выражения (3) и (4), либо их аналоги, по 1,5 балла за каждое	3

2.4.	<p>Определено отношение скоростей робота семиклассников до и после разрядки</p> $\frac{v_7}{v'_7} = \frac{400}{333} \approx 1,2.$	2
------	---	---

### 7.3.Графики скоростей

Два тела движутся прямолинейно. На рисунках приведены графики зависимости скорости первого тела от времени (рис.а) и график, показывающий, как менялась в зависимости от времени движения средняя скорость второго тела (рис.б).

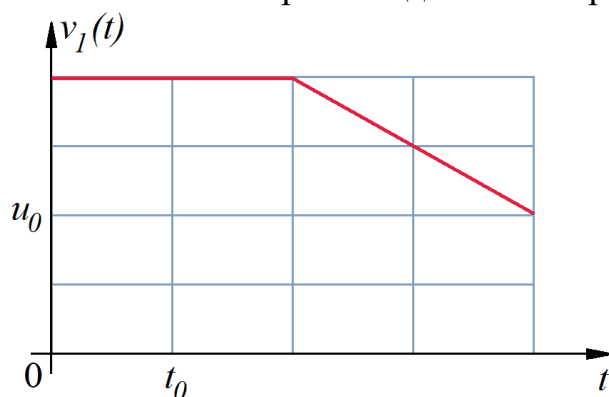


рис.а

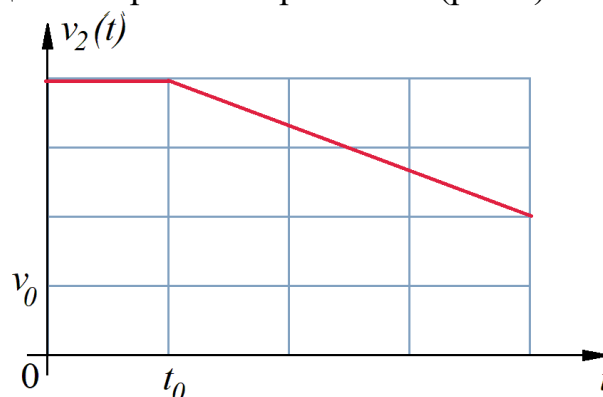


рис.б

Оказалось, что за время  $4t_0$  пути, пройденные телами, одинаковы. Определите:  
- отношение  $\frac{u_0}{v_0}$ .

#### Возможное решение:

Определим путь первого тела за время  $4t_0$ . Для этого посчитаем площадь под графиком

$$S_1 = 2u_0 \cdot 2t_0 + \frac{2u_0 + u_0}{2} \cdot 2t_0 = 7u_0 \cdot t_0.$$

По второму графику (рис.б) определяем, что в момент времени  $4t_0$  средняя скорость второго тела равна  $2v_0$ , поэтому путь тела за это время

$$S_2 = 2v_0 \cdot 4t_0 = 8v_0 \cdot t_0.$$

Отношение  $\frac{u_0}{v_0}$  равно

$$\frac{u_0}{v_0} = \frac{8}{7}.$$

#### Критерии проверки

№	Содержание	Балл
3.1.	Путь первого тела определяется как площадь под графиком	3
3.2.	Определен путь первого тела	1
3.3.	Указано, что путь второго тела за время $4t_0$ равен произведению средней скорости за это время на время движения	3
3.4.	Определен путь второго тела	1

3.5.	Найдено отношение	$\frac{u_0}{v_0} = \frac{8}{7}$	2
------	-------------------	---------------------------------	---

#### 7.4. Учтём или не учтем объём?

Плотность поваренной соли равна

$$\rho_c = 2165 \text{ кг/м}^3.$$

Плотность воды равна

$$\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3.$$

При комнатной температуре в 100 г воды можно полностью растворить не более 36 г соли. Эту величину называют растворимостью соли в воде – 36 г соли на 100 г воды. При этом получается насыщенный раствор соли.

На уроке Вася и Маша готовили насыщенный раствор поваренной соли. У каждого из них было по 0,5 литра чистой воды и весы для отмеривания нужного количества соли.

Определите: сколько соли нужно взять, чтобы получить её насыщенный раствор в 0,5 л воды.

Далее семиклассникам нужно было посчитать плотность полученного раствора. Вася считал, что объём раствора равен объёму воды, а Маша считала, что объём раствора равен сумме объёмов компонентов и при растворении соли не меняется. Определите плотность насыщенного раствора по методу Васи и по методу Маши.

Дайте обоснованный ответ, кто из них определил плотность точнее.

Миша и Катя в это время тоже занимались приготовлением растворов. Но когда они какое-то вещество насыпали в баночку с 0,5 л какой-то жидкости, то началась бурная реакция с выделением газа, а по окончании реакции на дне банки обнаружился какой-то осадок. Можно ли Мише и Кате использовать для расчёта плотности полученной жидкости формулы, полученные Васей и Машей?

#### Возможное решение:

Так как при комнатной температуре в 100 г можно растворить не более 36 грамм соли, то в 500 г можно растворить не более  $5 \cdot 36 = 180$  грамм соли.

Определим плотность раствора соли по методу Васи.

$$\rho_v = \frac{0,5 + 0,18}{5 \cdot 10^{-4}} = 1360 \text{ кг/м}^3.$$

Определим плотность раствора по методу Маши, учитывая, что объём раствора равен сумме объёмов воды и соли

$$\rho_m = \frac{0,5 + 0,18}{5 \cdot 10^{-4} + \frac{0,18}{2165}} = 1162 \text{ кг/м}^3.$$

Более точным методом расчета плотности раствора является метод Маши, так как Вася не учёл объём соли.

В экспериментах Миши и Кати масса полученной жидкости не равна сумме масс веществ, так как выделился газ и выпал осадок, поэтому нельзя пользоваться ни формулой Васи, ни формулой Маши.

### Критерии проверки

№	Содержание	Балл
4.1.	Посчитано, что для получения насыщенного раствора соли нужно взять 180 грамм	1
4.2.	Определена плотность раствора по методу Васи (формула, значение)	2
4.3.	Определена плотность раствора по методу Маши (формула, значение)	2
4.4.	Более точный метод – метод Маши	1
4.5.	Обоснование – Вася не учел объем соли	1
4.6.	В экспериментах Миши и Кати масса полученной жидкости не равна сумме масс веществ, так как выделился газ и выпал осадок	2
4.7.	Ни одной из ранее полученных формул пользоваться нельзя	1